

文章编号:1007-2780(2009)02-0168-06

有效粘滞系数对混合排列 向列相液晶动力学的影响

周 璇, 张志东, 孙玉宝

(河北工业大学 理学院, 天津 300401, E-mail:zhouxuan198536@163.com)

摘 要: 以液晶动力学理论为基础, 对混合排列向列相液晶的动力学行为进行了研究。在严格考虑引流效应、通过有效粘滞系数 γ_{eff} 考虑引流效应和完全忽略引流效应这 3 种条件下, 分别建立了指向矢运动方程。通过对加电压和撤电压过程的数值模拟, 给出了有效粘滞系数 γ_{eff} 对液晶指向矢分布及有效折射率的影响。

关 键 词: 混合排列向列相; 引流效应; 有效粘滞系数

中图分类号: TN141.9 **文献标识码:** A

1 引 言

混合排列向列相(HAN)液晶显示是电控双折射(ECB)显示模式之一^[1-3]。在 HAN 型液晶盒中, 液晶分子的取向在一个基板表面沿面平行排列, 而在另一基板表面垂直排列, 且在两基板间分子排列连续变化。HAN 型显示在性能上的最大特征是不存在阈值电压, 因而只要外加极低的电压就能产生电光效应。HAN 型彩色显示与平行型、垂直型 ECB 模式比较, 具有操作简单、视角宽、驱动电压低、透光率高、显示颜色随电压变化缓慢、颜色控制好和响应速度快等优点。

根据向列相的动力学理论, 液晶的动力学行为受到弹性常数、Leslie 系数、介电常数和外加电场等因素的影响^[4]。最新的研究结果表明: 引流效应使 HAN 型液晶盒的垂面排列基板附近的液晶排列在撤消电压过程的初始短时间内出现指向矢过倾斜(倾角大于 90°)现象^[5]。

本文以 Leslie-Ericksen 方程为基础, 对严格考虑引流效应、通过有效粘滞系数^[6,7]考虑引流效应和忽略引流效应这 3 种情形下的混合排列向列相(HAN)液晶盒的指向矢分布及有效折射率进行了计算机模拟。根据模拟结果, 得出了通过有效粘滞系数 γ_{eff} 考虑引流效应不会发生引流效

应引起的指向矢过倾斜现象, 但会影响液晶响应速度的结论。

2 HAN 模式的动力学模型

2.1 HAN 模式

图 1 为 HAN 型液晶盒示意图和指向矢坐标系。液晶分子的取向在一个基板表面沿面平行排列, 而在另一基板表面垂直排列, 在两基板间分子排列连续变化。液晶盒的盒厚为 d 。在 $t=0$ 时刻加电压, 下基板电势为零, 上基板电势为 U 。在图 1 所示坐标系下, 指向矢只有 x 和 z 分量, 并且只依赖于空间坐标 z 和时间 t , 即

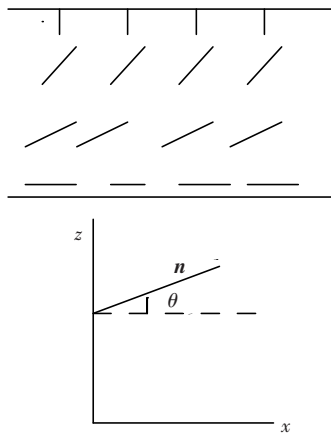


图 1 HAN 型液晶盒示意图和指向矢坐标系

Fig. 1 Schematic view of HAN liquid crystal cell and the coordinate

$$\begin{aligned} n_x &= n_x(z, t) \\ n_y &= 0, n_z = n_z(z, t) \end{aligned} \quad (1)$$

2.2 HAN 模式的动力学方程

2.2.1 指向矢的运动方程

根据向列相的动力学原理^[6],指向矢满足的运动方程为:

$$\begin{aligned} \gamma_1 N_a + \gamma_2 n_\mu A_{\mu a} &= h_a \\ h_a &= \frac{\partial F}{\partial n_{a,\mu}}, \mu - \frac{\partial F}{\partial n_a} + G_a - \lambda n_a \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} N_a &= \frac{dn_a}{dt} - \frac{1}{2}(\nu_{a,\beta} - \nu_{\beta,a})n_\beta \\ A_{\mu a} &= \frac{1}{2}(\nu_{\mu,a} + \nu_{a,\mu}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}k_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2}k_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}k_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2 \end{aligned}$$

在方程中, γ_1 为转动粘滞系数, γ_1, γ_2 均可用 Leslie 粘滞系数表示, $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2, \gamma_2 = \alpha_3 + \alpha_2$ 。

在图 1 所示坐标系下,由于电势仅是坐标 z 的函数,电场强度矢量只有 z 分量,即

$$E_x = E_y = 0, E_z = -\frac{dU}{dz} \quad (4)$$

由电位移矢量与电场强度的关系,得出

$$D_z = \epsilon_0(\epsilon_\perp + \Delta\epsilon n_z^2)E_z \quad (5)$$

G_a 为电场作用对分子的贡献。由式(4)和式(5)可以得出 G_a 只有 z 分量,即

$$G_x = 0, G_y = 0, G_z = \frac{\Delta\epsilon D_z^2 n_z}{\epsilon_0(\epsilon_\perp + \Delta\epsilon n_z^2)^2} \quad (6)$$

由式(1)和式(3),将弹性自由能密度具体化,有

$$F = \frac{1}{2}k_{11}(n_{z,z})^2 + \frac{1}{2}k_{33}(n_{x,z})^2 \quad (7)$$

假设对于瞬时流速,只有 x 分量不为零,即

$$\nu_x = \nu_x(z, t), \nu_y = 0, \nu_z = 0 \quad (8)$$

并且在流速的空间变化率中,只有 $\nu_{x,z}$ 不为零。作上述考虑后,对于 α 等于 1 和 3,将式(6)、式(7)代入方程(2),分别得到:

$$\gamma_1 \frac{\partial n_x}{\partial t} + \alpha_2 \nu_{x,z} n_z = k_{33} n_{x,zz} - \lambda n_x$$

$$\gamma_1 \frac{\partial n_z}{\partial t} + \alpha_3 \nu_{x,z} n_x = k_{11} n_{z,zz} +$$

$$\frac{\Delta\epsilon D_z^2 n_z}{\epsilon_0(\epsilon_\perp + \Delta\epsilon n_z^2)^2} - \lambda n_z \quad (9)$$

利用指向矢的直角坐标分量与倾角 θ 的关系:

$$n_x = \cos\theta(z, t), n_y = 0, n_z = \sin\theta(z, t) \quad (10)$$

角度 θ 一般为坐标 z 和时间 t 的函数。消去拉氏乘子 λ ,得出指向矢方程的最后形式为:

$$\gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\alpha_3 \cos^2\theta - \alpha_2 \sin^2\theta) \nu_{x,z} =$$

$$(k_{11} \cos^2\theta + k_{33} \sin^2\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} +$$

$$(k_{33} - k_{11}) \sin\theta \cos\theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\Delta\epsilon D_z^2 \sin\theta \cos\theta}{\epsilon_0(\epsilon_\perp + \Delta\epsilon \sin^2\theta)^2} \quad (11)$$

2.2.2 加速度方程

向列相液晶的加速度方程为:

$$\rho = \frac{d\nu_\beta}{dt} = \sigma_{a\beta,a} \quad (12)$$

其中:

$$\sigma_{a\beta} = \sigma_{a\beta}^e + \sigma_{a\beta}'$$

$$\sigma_{a\beta}^e = -\frac{\partial F}{\partial n_{\gamma,a}} - p \delta_{a\beta} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{a\beta}' &= \alpha_1 n_a n_\beta n_\mu A_{\mu\beta} + \alpha_2 n_a N_\beta + \alpha_3 n_\beta N_a + \\ &\quad \alpha_4 A_{a\beta} + \alpha_5 n_a n_\mu A_{\mu\beta} + \alpha_6 n_\beta n_\mu A_{\mu a} \end{aligned}$$

经过数量级的估算,可以知道方程的左边远远小于右边,即左边可以处理为零。又由于物理问题只依赖于坐标 z ,因此我们只考虑 $\beta=z$ 的分量,而加速度方程变为:

$$\sigma_{zx,z} = 0 \quad (14)$$

由式(13)和式(14)得出

$$\sigma'_{zx} = (\alpha_3 \cos^2\theta - \alpha_2 \sin^2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} +$$

$$\frac{1}{2}[2\alpha_1 \sin^2\theta \cos^2\theta + (\alpha_5 - \alpha_2) \sin^2\theta +$$

$$(\alpha_3 + \alpha_6) \cos^2\theta + \alpha_4] \nu_{x,z} = C \quad (15)$$

其中 C 为不依赖于 z 的常量,由边界处的流速为零决定,有:

$$C = \frac{E}{D} \quad (16)$$

$$D = \int_0^d \frac{dz}{2\alpha_1 \sin^2\theta \cos^2\theta + (\alpha_5 - \alpha_2) \sin^2\theta + (\alpha_3 + \alpha_6) \cos^2\theta + \alpha_4} \quad (17)$$

$$E = \int_0^d \frac{(\alpha_3 \cos^2\theta - \alpha_2 \sin^2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} dz}{2\alpha_1 \sin^2\theta \cos^2\theta + (\alpha_5 - \alpha_2) \sin^2\theta + (\alpha_3 + \alpha_6) \cos^2\theta + \alpha_4} \quad (18)$$

2.3 三种情形下的指向矢运动方程

2.3.1 严格考虑引流效应

该情形考虑液晶的流动,此时指向矢分布由(11)、(15)两式决定。

2.3.2 通过有效粘滞系数 γ_{off} 考虑引流效应

由式(15)解出 $\nu_{x,z}$,代入指向矢方程式(11),得:

$$\left\{ \gamma_1 - \frac{\left[\gamma_2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \right]^2}{\frac{1}{4} \alpha_1 \sin^2 2\theta + \frac{1}{2}(\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6) - \gamma_2 \sin^2 \theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} = (k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + (k_{33} - k_{11}) \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\Delta \epsilon D_z^2 \sin \theta \cos \theta}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta)^2} + \frac{\gamma_2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)}{\frac{1}{4} \alpha_1 \sin^2 2\theta + \frac{1}{2}(\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6) - \gamma_2 \sin^2 \theta} C \quad (19)$$

该式与式(11)相似,因此可以引入一有效粘滞系数 γ_{eff} ,令常数 $C=0$,式(19)变为:

$$\gamma_{\text{eff}} \frac{\partial \theta}{\partial t} = (k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + (k_{33} - k_{11}) \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\Delta \epsilon D_z^2 \sin \theta \cos \theta}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta)^2} \quad (20)$$

其中:

$$\gamma_{\text{eff}} = \gamma_1 - \frac{\left(\gamma_2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \right)^2}{\frac{1}{4} \alpha_1 \sin^2 2\theta + \frac{1}{2}(\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6) - \gamma_2 \sin^2 \theta} \quad (21)$$

2.3.3 忽略引流效应

该情形不考虑液晶的流动,即令流速 ν 为零。此时式(9)变为:

$$\gamma_1 \frac{\partial n_x}{\partial t} = k_{33} n_{x,zz} - \lambda n_x$$
$$\gamma_1 \frac{\partial n_z}{\partial t} = k_{11} n_{z,zz} + \frac{\Delta \epsilon D_z^2 n_z}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta)^2} - \lambda n_z \quad (22)$$

消去拉氏乘子 λ ,得出指向矢运动方程的最后形式为:

$$\gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} = (k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + (k_{33} - k_{11}) \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\Delta \epsilon D_z^2 \sin \theta \cos \theta}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta)^2} \quad (23)$$

3 计算机模拟

在数值解中,主要依据式(12)、(15)、(20)和(23),要求在时间演化的每一步都要满足。液晶盒上所加电压与电位移矢量 z 分量通过式(24)相联系:

$$U = - \int_0^d \frac{D_z}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta)} dz \quad (24)$$

进行数值计算所使用的液晶材料参数如下:

$$k_{11} = 13.7 \times 10^{-12} \text{ N}$$
$$k_{33} = 16.8 \times 10^{-12} \text{ N}$$
$$\alpha_1 = 6.5 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\alpha_2 = -79.5 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\alpha_3 = -1.2 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\alpha_4 = 83.2 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\alpha_5 = 46.3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\alpha_6 = -34.4 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$
$$\epsilon_{//} = 12.3, \epsilon_{\perp} = 3.6, d = 5 \text{ } \mu\text{m}$$

3.1 三种情形下液晶盒中指向矢构形随时间的演化过程

图2、图3、图4分别给出3种情形在加电压

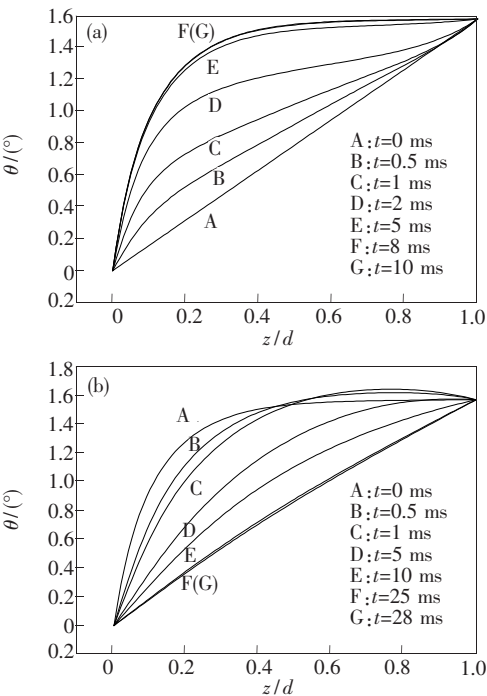


图2 情形 I ,加电压(a)和撤电压(b)过程中液晶盒指向矢倾角的变化曲线, $U=4 \text{ V}$ 。

Fig. 2 Curves of tilt profiles of the liquid crystal cell when switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b) in condition I , $U=4 \text{ V}$.

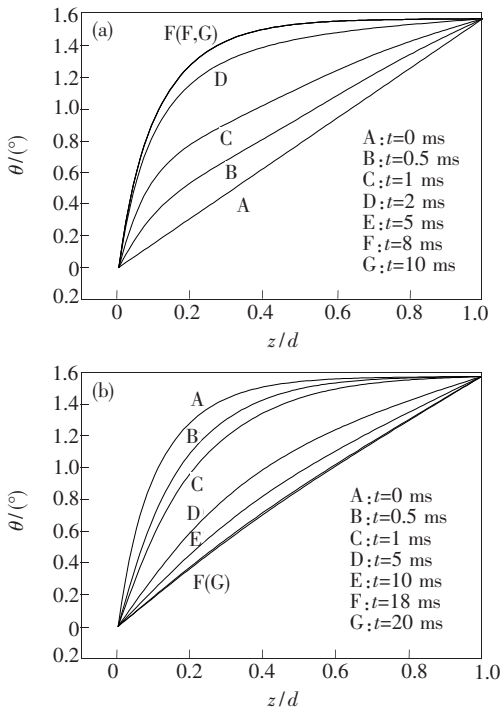


图 3 情形 II, 加电压(a)和撤电压(b)过程中液晶盒指向矢倾角的变化曲线, $U=4\text{ V}$.

Fig. 3 Curves of tilt profiles of the liquid crystal cell when switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b) in condition II, $U=4\text{ V}$.

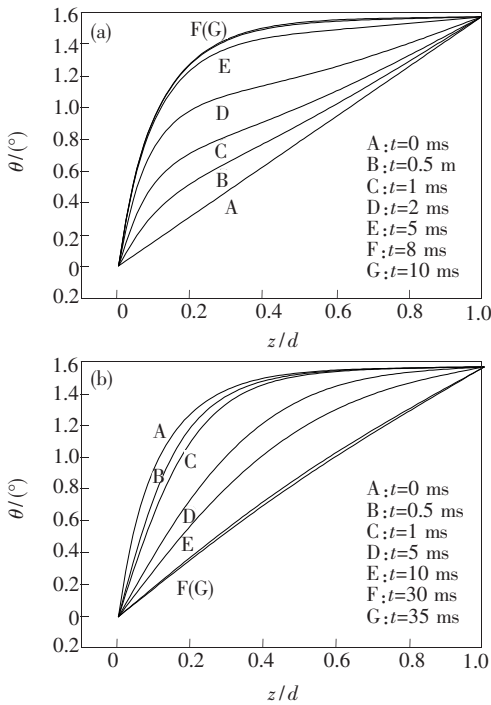


图 4 情形 III, 加电压(a)和撤电压(b)过程中液晶盒指向矢倾角的变化曲线, $U=4\text{ V}$.

Fig. 4 Curves of tilt profiles of the liquid crystal cell when switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b) in condition III. $U=4\text{ V}$.

和撤电压时,指向矢倾角随时间的演化过程。(a)表示加电压过程,(b)表示撤电压过程。图 2 代表情形 I (严格考虑引流效应);图 3 代表情形 II (通过有效粘滞系数考虑引流效应);图 4 代表情形 III (忽略引流效应)。

从 3 个图中可以看出:3 种情形下,指向矢的演化速度不同,情形 II 的演化速度明显快于其它 2 种情形。在图 2(b)中出现了指向矢倾角大于 90° 的情况,此为引流效应的直接结果。在图 3 没有出现倾角大于 90° 的情况,因此引入有效粘滞系数 γ_{eff} 后,引流效应消失,此时指向矢倾角的演化过程与完全不考虑引流(情形 III)相似,只是演化速度不同。

3.2 相同时刻 3 种情形液晶盒中指向矢构形

图 2、图 3、图 4 描述的只是在加电压、撤电压过程中,3 种情形各自的指向矢演化过程。为了进一步分析 3 种情形对液晶盒中指向矢分布的不同影响,我们对对比演化过程中相同时刻 3 种情形指向矢的倾角分布状态。如图 5、图 6、图 7 所示。

图 5 给出了 3 种情形在加电压和撤电压达到平衡状态($t=\infty$)时的指向矢分布。从图中可以看出系统达到平衡态时,3 种情形的指向矢分布趋于一致。因此,完全考虑引流及通过有效粘滞

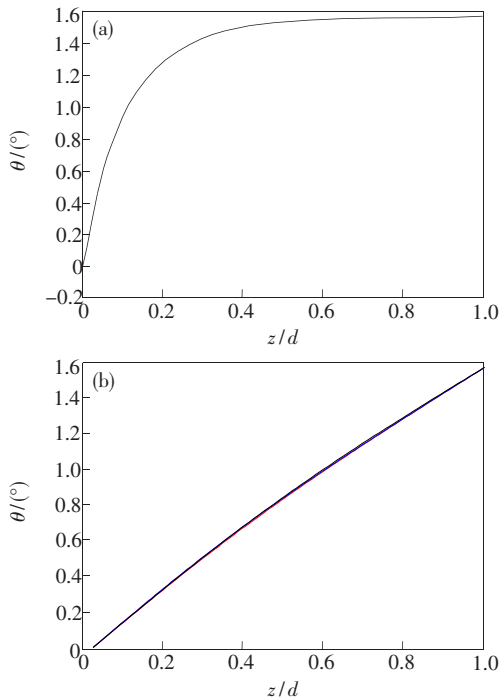


图 5 3 种情形加电压(a)和撤电压(b)达到平衡态时液晶盒中指向矢倾角, $U=4\text{ V}$.

Fig. 5 Tilt profiles of liquid crystal cells at three conditions when the systems arrive the equilibrium state after switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b), $U=4\text{ V}$.

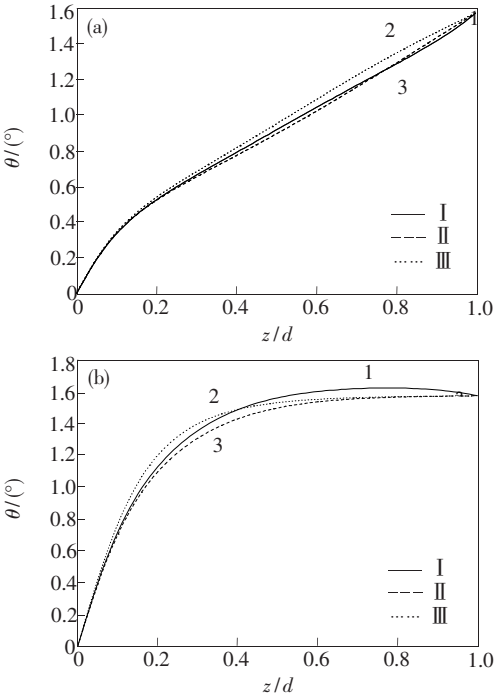


图 6 加电压(a)和撤电压(b)时, $t=0.5\text{ ms}$ 时刻 3 种情形液晶盒中指向矢分布 .

Fig. 6 Tilt profiles of liquid crystal ceds at three conditions after switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b) at $t=0.5\text{ ms}$.

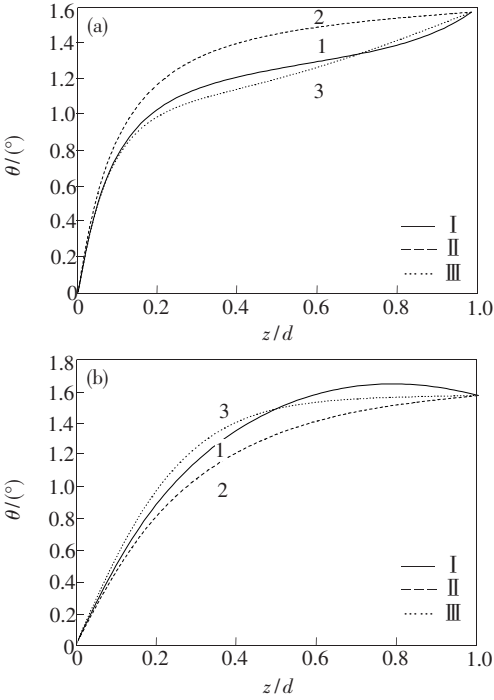


图 7 加电压(a)和撤电压(b)时, $t=2.0\text{ ms}$ 时刻 3 种情形液晶盒中指向矢分布 .

Fig. 7 Tilt profiles of liquid crystal cells at three conditions after switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b) at $t=2.0\text{ ms}$.

系数 γ_{eff} 考虑引流都不会影响平衡态液晶盒中的指向矢分布,只影响中间状态的指向矢分布情况,即影响液晶盒的响应速度。因此我们需要对比演化过程中某一时刻 3 种情形的指向矢分布情况。

图 6,图 7 分别给出了 3 种情形在加电压和撤电压过程某中间时刻(图 6 为 $t=0.5\text{ ms}$,图 7 为 $t=2\text{ ms}$)的指向矢分布情况,(a)表示加电压,(b)表示撤电压。从图中可以看出:情形 II (通过有效粘滞系数考虑引流)的指向矢变化最快,即响应速度最快,情形 I (完全考虑引流)次之,情形 III (忽略引流效应)最慢。

3.3 通过有效折射率分析 3 种情形对液晶盒的整体影响

以上各图描述了液晶盒的指向矢倾角随时间和坐标的变化情况。因此只能在某一坐标处对 3 种情形进行比较,即分析引流及有效粘滞系数对液晶盒的局部影响。为了分析 3 种情形在整体上对液晶盒的指向矢分布的影响,我们引入有效折射率 n_{eff} 。通过模拟 3 种情形在加电压和撤电压过程中有效折射率 n_{eff} 随时间的变化过程,分析引流及有效粘滞系数 γ_{eff} 对液晶盒的整体影响。其中:

$$n_{\text{eff}} = \int_0^d \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta}} dz/d \quad (24)$$

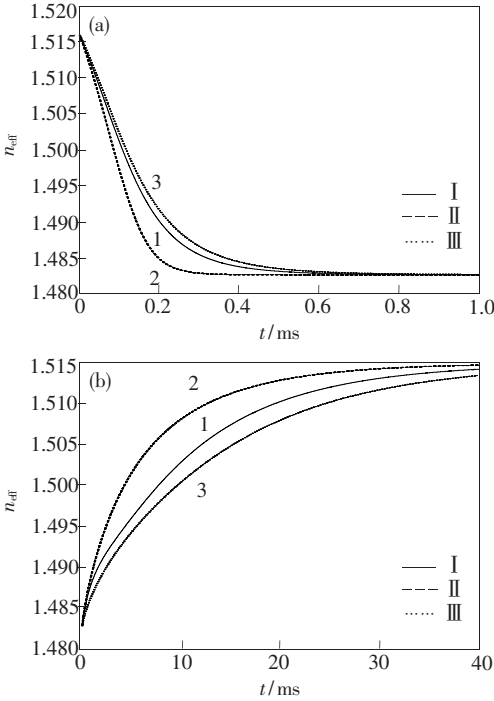


图 8(a) 加电压(a)和撤电压(b)时, 3 种情形的有效折射率随时间的变化曲线 .

Fig. 8 Effective refractive index of liquid crystal cells at three conditions varied with the time after switching up the voltage (a) and switching off the voltage (b).

模拟结果如图 8 所示,(a)代表加电压过程,(b)代表撤电压过程。从图中可以看出:情形Ⅱ的有效折射率 n_{eff} 曲线随时间变化最快,这也表明此情形的指向矢随时间变化(即响应速度)最快。情形Ⅰ次之,情形Ⅲ最慢;并且,一段时间后, n_{eff} 达到同一稳定值,三曲线重合,即此时 3 种情形的指向矢分布状态一致。这些与前面分析结果一致。

4 结 论

以向列相液晶的动力学理论为基础,研究了严格考虑引流、通过有效粘滞系数 γ_{eff} 考虑引流和忽略引流效应 3 种情形下的指向矢运动方程,并对混合

排列向列相(HAN)液晶盒的指向矢分布及有效折射率 n_{eff} 进行了计算机模拟。通过分析对比模拟结果发现:通过有效粘滞系数 r_{eff} 考虑引流效应后不会出现引流效应引起的指向矢过倾斜(倾角大于 90°)现象,即引流效应主要特征消失;严格考虑引流和通过有效粘滞系数 γ_{eff} 考虑引流都不影响平衡态时的指向矢分布,只是改变了液晶盒的响应速度,情形Ⅱ(通过有效粘滞系数 γ_{eff} 考虑引流)的响应速度最快,情形Ⅲ(忽略引流效应)的响应最慢。根据以前的研究结果,在不考虑液晶的流动时,(HAN)液晶盒的响应时间常数与转动粘滞系数 γ_1 成正比^[8],由此可以得出有效粘滞系数 γ_{eff} 小于实际转动粘滞系数 γ_1 。

参 考 文 献:

- [1] 肖学智. 混合排列向列液晶盒的电光响应 [J]. 光学学报, 1987, 7(6): 552-557.
- [2] 张志东, 于广, 张德贤. 弱锚定条件下混合排列向列液晶的动态响应 [J]. 液晶与显示, 1999, 14(1): 6-11.
- [3] 朱新羽, 荆海, 凌志华, 等. 反射式混合排列向列液晶模式在投影显示中的应用 [J]. 量子电子学报, 2001, 18: 6-9.
- [4] 关荣华. 表面弹性能 K_{24} 项对液晶盒指向矢分布的影响 [J]. 液晶与显示, 2008, 23(5): 530-535.
- [5] Jewell S A, Sambles J R. Backflow in the relaxation of a hybrid aligned nematic cell [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, 82(19): 3156-3158.
- [6] Schmiedel H, Stannarius R, Grigutsch M. Determination of viscoelastic coefficients from the optical transmission of a planar liquid crystal cell with low-frequency modulated voltage [J]. *Appl. Phys.*, 1993, 74(10): 6053-6057.
- [7] Wang Haiying, Wu Thomas X, Gauza S, *et al.* A method to estimate the Leslie coefficients of liquid crystals based on MBBA data [J]. *Liquid Crystals*, 2006, 33(1): 91-98.
- [8] 张志东, 梁兆颜, 张德贤, 等. 混合排列向列液晶盒的响应时间常数 [J]. 液晶与显示, 1997, 12(4): 244-248.

Effect of Effective Rotational Viscosity on Dynamics of Hybrid Alignment Nematic Liquid Crystals

ZHOU Xuan, ZHANG Zhi-dong, SUN Yu-bao

(School of Science, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China, E-mail: zhou.xuan198536@163.com)

Abstract

The dynamic behavior of hybrid alignment nematic (HAN) liquid crystals is investigated based upon the dynamic theory of liquid crystals. The equations for the director are built in three different conditions; *i. e.* first, backflow effect is taken into account rigorously; second, the backflow is considered by the effective rotational viscosity γ_{eff} ; third, the backflow effect is neglected directly. Through computer simulation to the progress of switching up the voltage and switching off the voltage, the effect of the effective rotational viscosity γ_{eff} on the director profiles and the effective refractive index of liquid crystal was obtained.

Key words: hybrid alignment nematic; backflow effect; effective rotational viscosity

作者简介:周璇(1985—),女,河北石家庄人,硕士研究生,从事液晶物理方面的学习和研究。